

平成 15 年第一次試験共通科目  
数学 解説と解答

Ⅲ-1 2つの数列  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ ,  $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$  がすべての自然数  $n$  に対して  $0 \leq a_n \leq b_n$  を満たすとき、正しくないものは次のどれか。

- ①  $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$  が収束すれば、 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  も収束する。
- ②  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = b$  ならば、 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = ab$
- ③  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ ,  $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$  がともに収束すれば、すべての  $n$  に対して  $a_n + b_n < M$  を満たす正の定数  $M$  が存在する。
- ④ 級数  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  が収束すれば、級数  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  も収束する。
- ⑤  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = A$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = B$  ならば、 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n) = A + B$

解説と解答：

~ は正しい。

(高木貞治著「解析概論」数列の収束及び無限級数・一様収束など参照)

問題は である。

については、 $0 \leq a_n \leq b_n$  を満足しても、下記反例が考えられる。

$$\{a_n\} = \{1, 2, 1, 2, 1, 2, \dots\}$$

$$\{b_n\} = \{3, 3, 3, 3, 3, 3, \dots\}$$

$\{b_n\} = 3$  で収束するが、 $\{a_n\}$  は振動し収束しない。

従って、解答は である。

Ⅲ-2  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x}$  の値は、次のどれか。ただし、 $e$  は自然対数の底とする。

- ① 0                      ② 1                      ③ 2                      ④  $e$                       ⑤  $\infty$

解説と解答：

ロピタルの定理を使う。  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0$  の場合、

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{\cos x} = \frac{1+1}{1} = 2$$

従って、解答は である。

Ⅲ-3 方程式  $\cos^{-1} \frac{2x}{\sqrt{5}} = \tan^{-1} 2$  の解は、次のどれか。

- ①  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$       ②  $-\frac{1}{2}$       ③ 0      ④  $\frac{1}{2}$       ⑤  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

解説と解答

$$y = \cos^{-1} \frac{2x}{\sqrt{5}} = \tan^{-1} 2$$

$$\cos y = \frac{2x}{\sqrt{5}},$$

$$\tan y = 2 = \frac{\sin y}{\cos y} = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 y}}{\cos y} = \frac{\sqrt{1 - \frac{4x^2}{5}}}{\frac{2x}{\sqrt{5}}} = \frac{\sqrt{5 - 4x^2}}{2x}$$

両辺を2乗して、

$$4 \times 4x^2 = 5 - 4x^2, (16+4)x^2 = 5, x = \pm \sqrt{\frac{5}{20}} = \pm \frac{1}{2}$$

ここで、 $\tan y = 2, 0 < y < \frac{\pi}{2}$  or  $\pi < y < \frac{3\pi}{2}$

また  $0 \leq \cos^{-1} \frac{2x}{\sqrt{5}} \leq \pi$  (逆余弦の主値領域) 従って  $x = \frac{1}{2}$

従って、解答は である。

Ⅲ-4 関数  $f(x) = \sin^{-1} x$  について、成り立つ等式は次のどれか。

- ①  $xf(x) = (1-x^2)f'(x)$                       ②  $x^2f(x) = \sqrt{1-x^2}f'(x)$   
③  $xf'(x) = (1-x^2)f''(x)$                       ④  $xf'(x) = \sqrt{1-x^2}f''(x)$   
⑤  $x^2f(x) = (1-x^2)f''(x)$

解説と解答：

$$y = \sin^{-1} x, \quad x = \sin y \quad \text{これを微分すれば、} \cos y \frac{dy}{dx} = 1$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos y} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad f' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$f'' = -\frac{1}{2} \frac{-2x}{(1-x^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{x}{(1-x^2)\sqrt{1-x^2}} = \frac{x}{(1-x^2)} f'$$

$$(1-x^2)f'' = xf'$$

従って、解答は である。

Ⅲ-5 関数  $y = |x|e^{2x}$  が極大値をとる。そのときの  $x$  の値は、次のどれか。ただし、 $e$  は自然対数の底とする。

- ①  $-1$                       ②  $-\frac{1}{2}$                       ③  $0$                       ④  $\frac{1}{2}$                       ⑤  $1$

解説と解答：

与式の絶対値と正と負の領域に分けて検討する。

$$x \geq 0 \text{ の場合、} y = xe^{2x}$$

$$y' = e^{2x} + 2xe^{2x} = (1+2x)e^{2x} = 0$$

$$x = -\frac{1}{2}, \quad x \geq 0, \quad \text{従って不適}$$

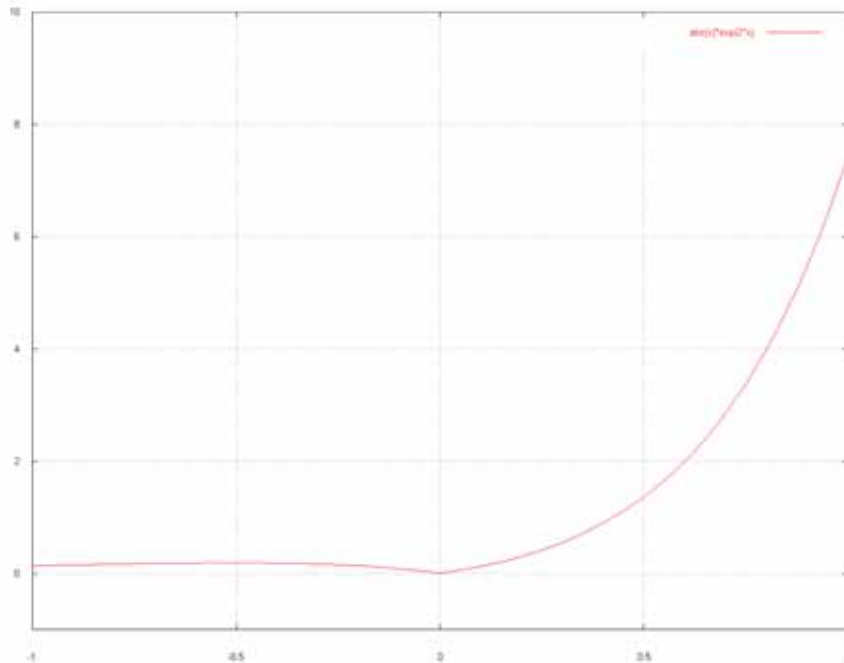
$$x \leq 0 \text{ の場合 } y = -xe^{2x}$$

$$y' = -(1+2x)e^{2x} = 0$$

$$x = -\frac{1}{2}, \quad x \leq 0, \quad \text{適合}$$

従って、 $x = -\frac{1}{2}$  が適合する。

従って、解答は である。



Ⅲ-6  $I_n = \int_1^2 (\log x)^n dx$  ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ) の満たす漸化式は、次のどれか。  
ただし、対数は自然対数とする。

- ①  $I_{n+1} = 2(\log 2)^n - (n+1)I_n$       ②  $I_{n+1} = 2(\log 2)^{n+1} - (n+1)I_n$   
 ③  $I_{n+1} = 2(\log 2)^{n+1} + (n+1)I_n$       ④  $I_{n+1} = 2(\log 2)^n + (n+1)I_n$   
 ⑤  $I_{n+1} = 2(\log 2)^{n+1} - nI_n$

解説と解答：

$\log x = t$  と置くと、 $\frac{1}{x} dx = dt$ ,  $dx = x dt = e^t dt$

$I_n = \int_1^2 t^n e^t dt = \int_1^2 t^n d(e^t)$ , 部分積分により

$$I_n = \left| t^n e^t \right|_1^2 - \int_1^2 e^t n t^{n-1} dt = \left| x(\log x)^n \right|_1^2 - n \int_1^2 (\log x)^{n-1} dx$$

$$= 2(\log 2)^n - n I_{n-1}$$

$$I_{n+1} = 2(\log 2)^{n+1} - (n+1)I_n$$

従って、解答はまる である。

Ⅲ-7 微分方程式  $\frac{dy}{dx} = y + 1$  を初期条件「 $x = 1$  のとき、 $y = 1$ 」のもとで解くと、その解は次のどれか。ただし、以下の  $e$  は自然対数の底とする。

- ①  $2e^{x-1} - 1$       ②  $2e^{x+1} - 1$       ③  $2e^x - 1$   
 ④  $2e^{-x+1} - 1$       ⑤  $3e^{-x+1} - 2$

解説と解答：

変数分離形の微分方程式であるから、

$$\frac{dy}{y+1} = dx$$

$$\log(y+1) = x + c$$

$$y+1 = Ce^x$$

ここで、初期条件を入れると

$$x=1, y=1$$

$$y+1=2 = Ce^1 = Ce$$

$$C = \frac{2}{e} = 2e^{-1}$$

$$y = 2e^{-1}e^x - 1 = 2e^{x-1} - 1$$

従って、解答は である。

Ⅲ-8 定積分  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx$  の値は、次のどれか。ただし、以下の対数は自然対数とする。

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $2$       ③  $\log 2$       ④  $\frac{1}{2} \log 2$       ⑤  $2 \log 2$

解説と解答：

$\tan x$  を  $\frac{\sin x}{\cos x}$  として積分する。

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\cos x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{-d(\cos x)}{\cos x} = \left| -\log(\cos x) \right|_0^{\frac{\pi}{4}}$$

$$= -\log \frac{1}{\sqrt{2}} - \log 1 = \log \sqrt{2} = \log(2)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log 2$$

従って、解答は である。

Ⅲ-9 広義積分  $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} dx$  の値は、次のどれか。

- ①  $\frac{1}{2}$       ② 1      ③ 2      ④ 4      ⑤ 存在しない

解説と解答：

積分範囲に無限大を含んでいるが、まず通常の積分をし、その極限值を考えればよい。

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \int_1^a \frac{1}{x^2} dx = \lim_{a \rightarrow \infty} \left| -\frac{1}{x} \right|_1^a = 0 - (-1) = 1$$

従って、解答は である。

Ⅲ-10 極限值が存在するものは、次のどれか。

- ①  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2xy}{x^2 + y^2}$       ②  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x+y}{x-y}$       ③  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^2}{(x-y)^2}$   
 ④  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x-y}{x+y}$       ⑤  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2}$

解説と解答：

$x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$  として代入する。分子、分母が同次の場合は  $r$  の項が消えて  $\cos \theta, \sin \theta$  のみになり不定となる。

では 
$$\lim_{x,y \rightarrow (0,0)} \frac{2xy}{x^2 + y^2} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{2r^2 \cos \theta \sin \theta}{r^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)} = \lim_{r \rightarrow 0} \sin 2\theta$$
 となり不定

以上の考察により ~ までは不定。

の場合は、

$$\begin{aligned} \lim_{x,y \rightarrow (0,0)} \frac{xy(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)} &= \lim_{r \rightarrow 0} \frac{r^4 \cos \theta \sin \theta (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)}{r^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)} \\ &= \lim_{r \rightarrow 0} \left( r^2 \frac{1}{2} \sin 2\theta \cos 2\theta \right) = 0 \end{aligned}$$

従って、解答は である。

Ⅲ-11 2変数関数  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  に対して、第2次偏導関数  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$  は次のどれか。

①  $\frac{xy}{x^2 + y^2}$

②  $\frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

③  $-\frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

④  $\frac{xy}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$

⑤  $-\frac{xy}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$

解説と解答：

$t = x^2 + y^2$  とすると、  $z = \sqrt{t}$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial z}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{2} t^{-\frac{1}{2}} 2x \right) = \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{2} \right) t^{-\frac{3}{2}} 2x 2y = -\frac{xy}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

従って、解答は である。

Ⅲ-12 重積分  $\iint_D \begin{vmatrix} x & -y \\ y & x \end{vmatrix} dx dy$  の値は、次のどれか。

ただし、 $D: 0 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 2$  とする。

①  $\frac{4}{3}$

② 2

③  $\frac{8}{3}$

④  $\frac{10}{3}$

⑤ 4

解説と解答：

行列計算をし、重積分を  $x$  と  $y$  で積分する。

$$\begin{vmatrix} x & -y \\ y & x \end{vmatrix} = x^2 + y^2$$

$$\iint_D (x^2 + y^2) dx dy = \int_1^2 \left( \frac{1}{3} x^3 + y^2 x \right) \Big|_0^1 dy = \int_1^2 \left( \frac{1}{3} + y^2 \right) dy$$

$$= \left[ \frac{1}{3} y + \frac{1}{3} y^3 \right]_1^2 = \frac{2}{3} + \frac{8}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = \frac{8}{3}$$

従って、解答は である。

Ⅲ-13 複素数  $(1-i)^{10}$  を簡単にしたものは、次のどれか。

ただし、 $i = \sqrt{-1}$  とする。

- ①  $32i$                       ②  $16\sqrt{2}(1+i)$                       ③  $32$   
④  $16\sqrt{2}(1-i)$                       ⑤  $-32i$

解説と解答：

解法 1

$$(1-i)^2 = 1-2i-1 = -2i$$

$$(1-i)^4 = (-2i)^2 = 4i^2 = -4$$

$$(1-i)^{10} = (1-i)^4(1-i)^4(1-i)^2 = (-4)^2(-2i) = -32i$$

従って、解答は である。

解法 2

$$1-i = \sqrt{2} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} + i \left( -\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right\} = \sqrt{2}(\cos \theta + i \sin \theta)$$

$$\text{ここで、} \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}, \sin \theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}, \tan \theta = 1,$$

$$\text{この} \theta \text{ は第 3 象限にある。} \theta = \frac{7\pi}{4}$$

これの累乗に対して、ド・モアブルの定理を適用する。

$$\left\{ \sqrt{2}(\cos \theta + i \sin \theta) \right\}^{10} = 2^5(\cos 10\theta + i \sin 10\theta)$$

$$\cos \frac{70\pi}{4} = \cos(16\pi + \frac{3\pi}{2}) = 0, \sin \frac{70\pi}{4} = \sin(16\pi + \frac{3\pi}{2}) = -1$$

$$32(-i) = -32i$$

Ⅲ-14 2つの5次元数ベクトル

$$(k, 0, 2k, 2, -3), \quad (2, 3, k, 1, 2)$$

が直交するとき、正の数  $k$  の値は次のどれか。

- ①  $\frac{1}{3}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③  $1$                       ④  $2$                       ⑤  $3$

解説と解答：



$\vec{a}, \vec{b}$  の2つのベクトルの交角  $\theta$  は  $\cos \theta = \frac{\sum ab}{\sqrt{\sum a_i^2} \sqrt{\sum b_i^2}}$  である。

直交する場合は、 $\cos \theta = 0$  であり、分子が零である。従って設問では

$$\begin{aligned} \sum a_i b_i &= (ki + 0j + 2k + 2l - 3m)(2i + 3j + k + l + 2m) \\ &= 2k + 0 + 2k^2 + 2 - 6 = 2(k^2 + k - 2) = 2(k-1)(k+2) = 0 \\ &k = 1 \text{ or } -2 \end{aligned}$$

解答群から見て、 $k = 1$

従って、解答は である。

Ⅲ-15  $n$ 次元ベクトル  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  が1次独立であるとき、3つのベクトル  $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}, \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}, -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$  について、正しいのは次のどれか。

- ① 1次独立である。
- ② 1次従属である。
- ③ 1次独立であり、1次従属でもある。
- ④ 1次独立でも1次従属でもない。
- ⑤ 1次独立か1次従属か判定できない。

解説と解答：

$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  が1次独立であるから、任意の係数に対して、 $k_1 \vec{a} + k_2 \vec{b} + k_3 \vec{c} = \vec{0}$

が成立つためには、 $k_1 = k_2 = k_3 = 0$  の場合のみである。

設問の場合は、

$$k_1(\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}) + k_2(\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}) + k_3(-\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) = \vec{0} \quad \text{これを整理すれば、}$$

$$(k_1 + k_2 - k_3)\vec{a} + (k_1 - k_2 + k_3)\vec{b} + (-k_1 + k_2 + k_3)\vec{c} = \vec{0} \quad \text{この係数が全て0となるので}$$

$$k_1 + k_2 - k_3 = k_1 - k_2 + k_3 = -k_1 + k_2 + k_3 = 0 \quad \text{これから、} k_1 = k_2 = k_3 = 0$$

となり、1次独立である。

従って、解答は である。

Ⅲ-16 行列  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  の積  $AB$  は、次のどれか。

- ①  $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -5 & -1 & 0 \end{pmatrix}$     ②  $\begin{pmatrix} -4 & 1 & -1 \\ 5 & -1 & 0 \end{pmatrix}$     ③  $\begin{pmatrix} -4 & -1 & 1 \\ 5 & -1 & 0 \end{pmatrix}$   
 ④  $\begin{pmatrix} 4 & -1 & -1 \\ 5 & -1 & 0 \end{pmatrix}$     ⑤  $\begin{pmatrix} -4 & 1 & 1 \\ -5 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

解説と解答

$$\begin{aligned} AB &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 & 1 \cdot (-1) & 1 \cdot (-3) + 2 \cdot 1 \\ 1 \cdot 2 + 3 \cdot 1 & 1 \cdot (-1) & 1 \cdot (-3) + 3 \cdot 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 \\ 5 & -1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

従って、解答は である。

Ⅲ-17 行列  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & x \\ 1 & x & 1 \\ x & 1 & 0 \end{pmatrix}$  が正則とならない正の数  $x$  の値は、次のどれか。

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④  $\sqrt{2}$     ⑤  $\sqrt{3}$

解説と解答：

行列が正則の場合はその行列式が 0 とならない。

正則でない場合はその行列式が 0 となる。設問は行列式を求めそれを 0 とすればよい。

$$\det \begin{bmatrix} 0 & 1 & x \\ 1 & x & 1 \\ x & 1 & 0 \end{bmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ x & 0 \end{vmatrix} + x \begin{vmatrix} 1 & x \\ x & 1 \end{vmatrix} = x + x(1-x^2) = -x^3 + 2x = 0$$

$$x(-x^2 + 2) = 0$$

従って、  $x = 0$ ,  $x = \pm\sqrt{2}$

$x > 0$  であるから  $x = \sqrt{2}$

従って、解答は である。

Ⅲ-18 行列  $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$  の逆行列の (1,1) 成分の値は、次のどれか。

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

解説と解答：

逆行列の要素は、 $A^{-1}(i, j) = \frac{A^r_{i,j}}{|A|}$ , ここで  $A^r_{i,j}$ : 余因子、 $|A|$ : 行列式

$$|A| = \begin{vmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -2 \end{vmatrix} = -1(-2) - 2(2) + 1(1) = 2 - 4 + 1 = -1$$

$$A^r_{1,1} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} = -2$$

$$\text{従って、} A^{-1}(1,1) = \frac{-2}{-1} = 2$$

従って、解答は である。

別解

逆行列の要素を連立方程式に直して解く。

すなわち、 $AX = I$ ,  $A^{-1}AX = A^{-1}I$  これより  $X$  を求める。

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1,1} \\ x_{2,1} \\ x_{3,1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} -x_{1,1} + 2x_{2,1} + x_{3,1} = 1 \\ x_{2,1} + 2x_{3,1} = 0 \\ -x_{1,1} - 2x_{3,1} = 0 \end{cases}$$

これより、

$$x_{1,1} = x_{2,1}, x_{1,1} + x_{3,1} = 1, x_{3,1} = -1$$

$$x_{1,1} = 2, x_{2,1} = 2, x_{3,1} = -1$$

Ⅲ-19 行列式  $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$  の値は、次のどれか。

- ① -1      ② -2      ③ -3      ④ -4      ⑤ -5

解説と解答：

行列式を第1行目で展開する。

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} &= 1 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} + 3 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} \\ &= (-1) \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + (-1) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + (-3) \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \\ &= -2 + (-1)(-1-2) + (-3)(2) = -2 + 3 - 6 = -5 \end{aligned}$$

従って、解答は である。

Ⅲ-20 行列  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$  の3つの固有値を  $a, b, c$  とするとき、 $a+b+c$  の値は、次のどれか。

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

固有値行列の問題であり、下記の行列式が0となる事より、固有値を求めらる。

これは、基本的には  $(A-\lambda E)X=O$  で、固有ベクトル  $X \neq 0$  の場合を意味する。

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 1 & 2 \\ 1 & 2-\lambda & 1 \\ 0 & 0 & 2-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$(1-\lambda)(2-\lambda)(2-\lambda) - (2-\lambda) = 0 \quad \text{これを展開すれば、}$$

$$(2-\lambda)\{(1-\lambda)(2-\lambda)-1\} = (2-\lambda)(\lambda^2 - 3\lambda + 1) = -\lambda^3 + 5\lambda^2 - 7\lambda + 2 = 0$$

ここで、この3次代数方程式を解く方法もあるが、簡単にはラグランジュの対称式よ

り、  $a + b + c = -\frac{5}{-1} = 5$

これは、 $n$  次代数方程式  $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n = 0$  の場合に、解の総和は

$$\sum \lambda_i = -\frac{a_1}{a_0} \quad \text{である。}$$

ちなみに、上式の 3 根は、

$$\lambda = 2$$

$$\lambda = \frac{3 \pm \sqrt{9-4}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

となり、根の総和は 5 である。

従って、解答は である。